

ГОЛОВОЛОМКИ, МАГИЧЕСКИЕ КВАДРАТЫ,

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Материал, предлагаемый в этой работе, доступен для учеников 5-6 классов.

Начнём с задач о **магических квадратах** - квадратах, в которых при сложении чисел в каждой строке, столбце и диагонали получается одна и та же сумма.

Задача 1. Составьте магический квадрат из чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Решение: Выясним, какой должна быть искомая сумма.

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. Значит, в каждой из трёх строк сумма должна равняться 15. Выбрать три слагаемых из данной суммы, так чтобы их сумма равнялась 15 можно лишь 8 способами: (9,2,4), (9,5,1), (8,6,1), (8,5,2), (8,4,3), (7,6,2), (7,5,3), (6,5,4).

Число строк, столбцов и диагоналей в квадрате тоже 8. Заметим, что 5 выходит в эти тройки 4 раза. Поэтому оно будет стоять в центре таблицы. Числа 8,2,6,4 входящие в тройки по 3 раза, займут углы. Оставшиеся 1,7,3 и 9 занимают места сверху, снизу, слева и справа от центра. Диагональные тройки (8,5,2) и (6,5,4) можно расположить 8 различными способами. После выбора положения чисел 8,2,6,4 положение остальных чисел однозначно определено.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Е.И.Игнатъев в своей книге «В царстве смекалки» предлагает интересный приём для построения магических квадратов с нечётным количеством клеток.

Пристроим на всех сторонах квадрата по 1 клетке так, как показано на рисунке.

		1		
	4		2	
7		5		3
	8		6	
		9		

Затем в полученной фигуре расположим косыми рядами последовательно числа от 1 до 9. Теперь, сдвигая все числа, стоящие вне квадрата, на 3 клетки вниз, вверх, влево и вправо так, чтобы они попали на свободные места в нашем квадрате, получим требуемое решение.

Задача 2. Составьте магический квадрат из чисел от 1 до 25.

Задача 3. В квадрате, состоящем из 9 клеток, поставить числа 1, 2,3 так, чтобы сумма чисел в каждом столбце, строке и диагонали равнялась 6.

Задача 4. Составить магический квадрат из чисел от 1 до 16.

Решение: Найти магические квадраты с чётным количеством клеток гораздо труднее.

Рассмотрим один из способов получения такого квадрата. Возьмём

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

В каждой диагонали поменяем местами числа, симметричные относительно центра квадрата, т.е. числа 1 и 16, 6 и 11, 4 и 13, 7 и 10. В результате получаем:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Попробуйте составить свой магический квадрат с этими числами.

Задача 5. Расставить 4 буквы в квадрате из 16 клеток так, чтобы в каждом столбце, строке и диагонали не было повторов букв.

Решение: Поставим одну букву в какой-нибудь клетке первой диагонали. При этом на второй диагонали окажутся «запрещенные» две клетки, стоящие в одном горизонтальном и вертикальном ряду с уже занятой клеткой. В одной из остальных двух клеток второй диагонали можно поставить вторую букву. Две буквы, поставленные на диагоналях, однозначно определяют постановку оставшихся букв.

а			
		б	
			в
	г		

Задача 6. В квадрате, состоящем из 16 клеток, расставить 16 букв (четыре буквы а, четыре буквы б, четыре буквы в, четыре буквы г) так, чтобы в каждом столбце и в каждой строке любая буква встречалась только один раз.

Задача 7. В каждом из четырёх полков выбрано по 4 офицера разных званий (полковник, майор, капитан, лейтенант). Требуется разместить этих 16 офицеров в виде квадрата так, чтобы в каждом горизонтальном и каждом вертикальном ряду был офицер каждого звания и представитель каждого полка.

Решение: Обозначим для краткости звания офицеров буквами П, М, К, Л, а номера полков цифрами 1, 2, 3, 4. Очевидно, каждый офицер характеризуется парой (буква-цифра). Задача, следовательно сводится к тому, чтобы в 16 клетках разместить по 4 буквы и по 4 цифры так, чтобы в столбцах и строках не было одинаковых цифр и букв. Кроме того, все пары должны быть различны. Попробуем сначала удовлетворить условию, касающемуся полков. Одно из возможных расположений имеет вид

1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1

Квадрат, составленный из званий, должен наложиться на квадрат из полков так, чтобы каждая пара из букв и цифр встретилась только один раз. Это можно сделать так:

П,1	Л,2	М,3	К,4
М,2	Л,1	П,4	Л,3
К,3	М,4	Л,1	П,2
Л,4	П,3	К,2	М,1

Конечно, это не единственное решение. Попробуйте найти своё.

Задача 8. В шахматном матче встречаются две команды, состоящие из четырёх человек. Каждый участник должен сыграть по одной партии с каждым игроком противоположной команды. Требуется составить расписание турнира так, чтобы:

- 1) Каждый шахматист сыграл две партии белыми и две партии чёрными фигурами;
- 2) В каждом туре обе команды играли две партии белыми и две партии черными фигурами.

Решение: Рассмотрим квадрат из 16 клеток. Пусть его строки отвечают участникам первой команды, а столбцы – участникам второй команды. Положим теперь, что первая цифра в каждой строке указывает номер тура, в котором встречаются игроки, соответствующие строке и столбцу, содержащим данную клетку. И если вторая цифра нечетная, то игрок первой команды играет белыми, а в противном случае чёрными. Пары цифр в клетках образуются аналогично парам звание-полк задачи 7.

I \ II	1	2	3	4
1	(1,1)	(2,4)	(3,2)	(4,3)
2	(4,2)	(3,3)	(2,1)	(1,4)
3	(2,3)	(1,2)	(4,4)	(3,1)
4	(3,4)	(4,1)	(1,3)	(2,2)

Задача 9. Миссис Джонс не повезло: её близнецы заметили автомат для продажи жевательной резинки прежде, чем миссис Джонс успела миновать его.

Первый близнец: Мама, купи мне жевательную резинку!

Второй близнец: И мне! Я хочу шарик такого же цвета, как у Билли!

Автомат был почти пуст. Предугадать, какого цвета шарик выпадет, если опустить в щель автомата монету в 1 пенс, невозможно. Сколько пенсов придётся потратить миссис Джонс, чтобы из купленных шариков заведомо можно было выбрать 2 шарика одного цвета? (В автомате 4 белых и 6 красных шариков).

Решение: Предположим самый плохой вариант: первые два шарика выпали разные. Тогда третий непременно совпадет по цвету с одним из уже имеющихся шариков. Следовательно, миссис Джонс надо приготовить 3 пенса.

Задача 10. Предположим, что теперь в автомате осталось 6 красных, 4 белых и 5 синих шариков. Сколько монет следует приготовить миссис Джонс, чтобы получить 2 шарика одинакового цвета?

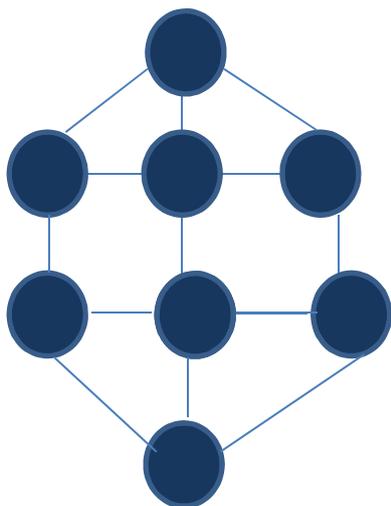
Ответ: 4.

Задача 11. На этот раз в автомате 6 красных, 4 белых и 1 синий шарик. А у бедной миссис Джонс не двойня, а тройня. Сколько монет ей надо приготовить, чтобы среди купленных шариков заведомо было три шарика одного цвета?

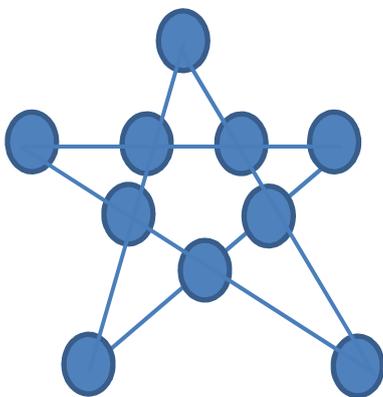
Решение: Как и прежде, начнём с рассмотрения наименее благоприятного случая. Миссис Джонс может получить из автомата 2 красных, 2 белых и 1 синий шарик, то есть 5 шариков. Шестой будет либо красный, либо белый, а следовательно, совпадёт по цвету с парой красных и белых. Значит, миссис Джонс понадобится 6 пенсов.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

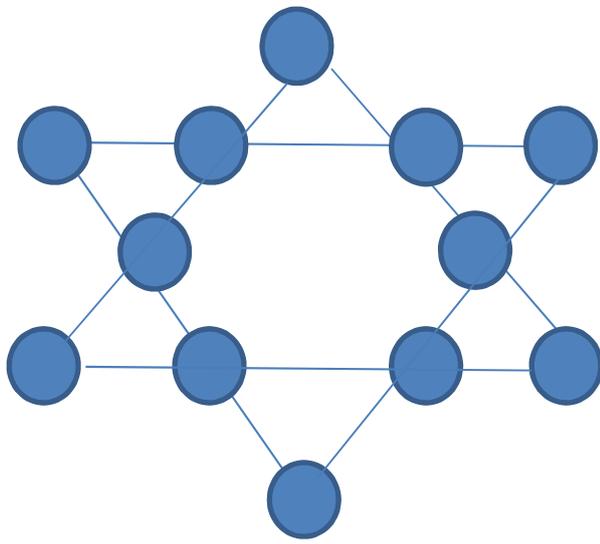
1. Квадрат разделён на 16 квадратов. Раскрась их в черный, белый, красный и синий цвета так, чтобы в каждом горизонтальном и вертикальном ряду были все четыре цвета.
2. Расставь в кружки числа от 1 до 8 так, чтобы два последовательных числа не оказались в кружках, соединённых отрезком.



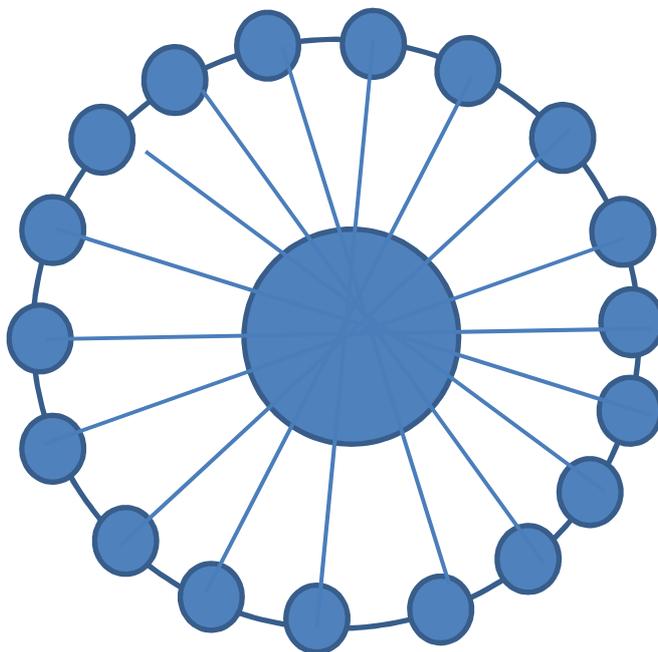
3. Пять человек играют несколько партий в домино (двое на двое), причём каждый играющий имеет каждого своим партнёром один раз и два раза своим противником. Найди количество сыгранных партий и все способы распределения играющих.
4. Девять человек распределяются на тройки четырьмя способами. Пока что их можно разбить так, чтобы никакие два человека не попадали дважды в одну тройку.
5. В каждый кружок пятиконечной звезды надо вписать различные числа таким образом, чтобы сумма любых четырёх чисел, стоящих на одной прямой, равнялась 24.



6. В каждый кружок шестиконечной звезды надо вписать различные числа таким образом, чтобы сумма любых четырёх чисел, стоящих на одной



7. Разместить числа от 1 до 19 в кружках колеса так, чтобы сумма трёх чисел на одной прямой равнялась 30.



8. В одной коробке хранятся 20 пар белых и 20 пар чёрных перчаток. Сколько правых и сколько левых перчаток необходимо взять в темноте из коробки для того, чтобы на свету из них можно было выбрать пару белых перчаток? (Условимся считать, что левые и правые перчатки заранее рассортированы).

9. Разложить в 3 стакана 11 монет так, чтобы в каждом стакане было нечётное количество монет.