Равновозможные исходы

Если все исходы эксперимента имеют одинаковую вероятность, то они называются ***равновозможными***.

Во многих опытах указание на равновозможность исходов выражается соответствующими словами при описании условий проведения опыта: ***случайным образом, наугад, не глядя*** и т.д. Примерами таких опытов могут быть случайный выбор шара из лототрона, извлечение карты из перетасованной колоды и т.д.

Предположение о равновозможности исходов опыта можно сделать и без его проведения. Чаще всего равновозможность исходов следует из ***симметрии*** тех объектов, которые в нем участвуют. Примерами таких объектов могут быть правильная монета, игральный кубик, рулетка, разбитая на одинаковые сектора и т.д.

Проблема равновозможности исходов опыта далеко не всегда так очевидна, как в приведенных до этого примерах:

- во-первых, предметы, участвующие в опыте, могут быть несимметричными;
- во-вторых, в опыте может участвовать не один, а несколько предметов (вытаскиваем из коробки не один, а два шара);
- в-третьих, опыт может состоять из нескольких действий, шагов, этапов (вытаскиваем из коробки сначала один шар, а следом за ним другой).

Рассматривая опыт с двумя монетами, великий французский философ и математик Жан Лерон Даламбер совершил одну из самых распространенных ошибок при вычислении вероятности: он объединил два элементарных исхода - ОР и РО - в один исход. Полученные исходы перестали быть равновозможными, что и привело к ошибке при вычислении их вероятности.

Чтобы не повторить эту ошибку, помните, что ***природа различает все предметы***, даже если внешне они для нас неотличимы.

Пример 1. Простейшим примером опыта, в котором ***нет симметрии*** может служить подбрасывание кнопки. Как и в опыте с монетой, мы имеем всего два возможных исхода - кнопка может упасть ***на шляпку*** или ***на острие***. Однако теперь у нас нет никаких оснований считать эти исходы равновозможными. Определить вероятность каждого исхода в опыте с кнопкой можно только экспериментально. Для этого нужно провести длинную серию опытов и оценить вероятность каждого исхода по его частоте.

Попробуйте провести опыт с кнопкой дома . Проверьте, какова вероятность каждого исхода при 25 опытах.

Вероятность элементарных событий

Рассмотрим случайный эксперимент, который может завершиться одним из N равновозможных исходов. Пусть ровно $N(A)$ из этих исходов благоприятствуют (т.е. приводят к наступлению) случайного события А. Тогда вероятность этого события может быть вычислена по формуле:

$$\boxed{P(A) = \frac{N(A)}{N}}$$

Т.е. ***вероятность произвольного события равна отношению числа элементарных событий, благоприятствующих этому событию, к общему числу элементарных событий.***

Пример 2. Проводится опыт с кубиком. Найдем вероятности следующих событий:

А= {на кубике выпадет четное число};

В= {на кубике выпадет число больше 2-х};

С= {на кубике выпадет простое число}.

Решение:

Все возможные исходы опыта: _____

Они равновозможны, так как кубик правильный.

N=_____.

А = {_____}; В = {_____}; С = {_____}.

N(A)=__; N(B)=__; N(C)=___.

P(A)=_____; P(B)=_____; P(C)=_____.

Пример 3. Из урны, в которой лежат 3 красных, 2 желтых, 1 зеленый и 2 синих шара, не глядя, вынимают один шар. Требуется найти вероятности следующих событий:

А= {шар будет синим};

В= {шар будет красным или синим}.

Решение:

В данном случае нельзя считать, что вероятность событий одинаковая, т.к. шаров каждого цвета разное число, поэтому вытащить красный шар гораздо вероятнее, чем зеленый.

Пронумеруем все шары. Тогда все возможные исходы опыта - это номера шаров: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Они равновозможны, так как шар вытаскивают не глядя.

N=_____.

A = {_____}; B = {_____}

N(A)=____; N(B)=____

P(A)=_____; P(B)=_____.

Будьте очень внимательны при обосновании равновозможности исходов. Лучше всего выбирать их так, чтобы они были элементарными, т.е. не распадались на более мелкие.

Задачи.

1. Из коробки, в которой осталось 5 конфет с фруктовой начинкой и 3 - с начинкой пралине, достают одну конфету. Какова вероятность, что она будет с начинкой пралине?
2. Из русского алфавита случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется гласной?
3. Из слова СОБЫТИЕ случайным образом выбирается одна буква. Какова вероятность того, что она окажется гласной?
4. В классе учится 10 мальчиков и 20 девочек.
   а)На класс дали один билет в цирк, который решено разыграть по жребию. Какова вероятность, что в цирк пойдет девочка?
   б)Учитель истории знает, что 3 мальчика и 5 девочек из класса были накануне в кино, поэтому не выучили домашнее задание. К сожалению, он не знает их фамилий, но очень хочет поставить кому-нибудь двойку. Кого ему лучше вызвать к доске - мальчика или девочку?
   в) Федя не решил домашнюю задачу по математике. Какова вероятность, что учитель этого не узнает, если за урок он успевает вызвать к доске пятерых?
5. Подбрасывают два одинаковых кубика. Какова вероятность, что в сумме выпадет 5 очков?
6. На семи карточках написаны числа от 0 до 6. Из них случайно выбирают две карточки. Какова вероятность, что сумма чисел на них будет равна 5?
7. Проводится статистическое наблюдение для выяснения пола детей в семьях с тремя детьми. Считая вероятности рождения мальчика и девочки одинаковыми, найдите вероятности следующих событий:
   A = {все дети в семье - мальчики}
   B = {все дети в семье имеют одинаковый пол}
   C = {первенец в семье - мальчик}
   D = {младший ребенок в семье - девочка}
   E = {мальчиков в семье меньше, чем девочек}
8. В корзине 2 яблока и груша. Вытаскиваем из нее 2 фрукта. Какова вероятность того, что оба фрукта яблоки?
9. В урне 10 шаров. Вероятность, что среди двух одновременно вынутых из нее шаров не будет ни одного белого равна 1/15. Сколько в урне белых шаров?
10. Буквы заданного слова перемешивают и выкладывают в ряд. С какой вероятностью получится то же самое слово, если первоначально было задано слово: "МЫЛО", "РАМА", "МАМА", "БРРР".